

基于正交小波变换的多尺度边缘提取

章国宝 叶桦 陈维南

(南京东南大学自动化所, 南京 210096)

摘要 基于正交二进小波, 设计了一个滤波器对图象进行多尺度滤波, 得到不同尺度的小波变换。在每种尺度下分别提取图象边缘, 而后综合形成图象真正的边缘。该方法不仅能有效地抑制噪声, 得到单像素宽、精确的边缘信息, 而且能依据边缘的奇异度区分不同的边缘。

关键词 图象处理, 小波变换, 边缘提取, 机器视觉

1 引言

图象边缘是一种重要的视觉信息, 图象的边缘提取在图象处理和机器视觉中占据着重要位置。图象边缘在图象中表现为灰度的不连贯, 与噪声信号类似, 同为高频信号, 容易混淆; 物体几何边缘, 光照阴影及物体表面纹理等因素在图象中均表现为边缘, 不同的应用需要提取不同的边缘信息。这些因素使得边缘提取极其困难, 迄今仍是难题。

一种有效的边缘提取方法是多尺度法, 其思路是: 在大尺度下抑制噪声, 可靠地识别边缘; 在小尺度下精确定位。一般的多尺度方法都是利用图象金字塔, 多以减少计算量为主要目标; 而 Canny^[1]则是利用不同尺度的高斯函数的一次微分与图象卷积, 以局部极大值点为边缘点, 由粗到精确定图象的边缘, 获得了较好的结果。但是, Canny 由于采用高斯函数的一次微分作为卷积核, 算法计算量大, 且不能确定边缘的类型。

小波变换是近年来兴起的热门信号处理技术。它的良好“时”频局部特性非常适合于图象处理。受 Canny 启发, Mallat^[2,3]采用二次样条二进小波对图象进行小波变换, 利用小波变换天生的多尺度特性, 提取不同精度、不同奇异度的图象边缘, 综合形成图象边缘, 获得了良好效果。由于二次样条小波并非正交小波, 变换结果存在信息冗余, 因此选用 Daubechies^[4]构造的正交小波更具吸引力。本文采

用正交小波基对图象进行变换, 提取边缘信息, 实验证明是可行的。

2 小波变换与边缘提取

通常小波函数和一维小波变换, 可定义如下^[5]:

定义 1: 若 $\psi \in L^1 \cap L^2$, 且它的傅里叶变换 $\hat{\psi}(\omega)$ 满足条件: $C_\psi = \int_R \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{|\omega|^2} d\omega < \infty$, 则 ψ 为基小波,

$\{\psi_s(x) | \psi_s(x) = \frac{1}{s} \psi(\frac{x}{s}), x \in R, s \in R - \{0\}\}$ 为小波族。若 $f \in L^2(R, dt)$, 则小波变换为: $Wf_s(x) = f * \psi_s(x) = \frac{1}{s} \int_R f(t) \psi(\frac{x-t}{s}) dt$, 当 $s = s^j, j \in Z$, $Wf = \{W_{2^j} f(x)\}$ 为 $f(x)$ 的二进小波变换。

若 $\theta(x, y)$ 为满足条件: $\theta(x, y) > 0$ 和 $\iint_{R^2} \theta(x, y) dx dy = \text{常数}$, 则称 $\theta(x, y)$ 为光滑函数。此时, $\psi^1(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x}$ 和 $\psi^2(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y}$ 可作为小波函数。二维小波变换可定义如下:

定义 2: 若 $f \in L^2(R^2)$, 记: $W_{2^j}^1 f(x, y) = f * \psi_{2^j}^1 f(x, y)$, $W_{2^j}^2 f(x, y) = f * \psi_{2^j}^2 f(x, y)$, 则: $Wf = \{W_{2^j}^1 f(x, y), W_{2^j}^2 f(x, y)\}_{j \in Z}$ 称为 $f(x, y)$ 二维二进小波变换。

显然, 小波变换具有天生的多尺度特性。由定义 2 知: $f(x, y)$ 二维二进小波变换实际上就是 $f(x, y)$ 经 $\theta(x, y)$ 光滑后的梯度:

$$\begin{bmatrix} W_{2^j} f(x,y) \\ W_{2^j} f(x,y) \end{bmatrix} = 2^j \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} (f * \theta_{2^j})(x,y) \\ \frac{\partial}{\partial y} (f * \theta_{2^j})(x,y) \end{bmatrix} = 2^j \nabla (f * \theta_{2^j})(x,y) \quad (1)$$

固定尺度 2^j , 梯度向量的模为:

$$M_{2^j} f(x,y) = \sqrt{|W_{2^j} f(x,y)|^2 + |W_{2^j} f(x,y)|^2} \quad (2)$$

$$\text{相角为: } A_{2^j} f(x,y) = \arctan\left(\frac{|W_{2^j} f(x,y)|}{|W_{2^j} f(x,y)|}\right) \quad (3)$$

模 $M_{2^j} f(x,y)$ 沿 $A_{2^j} f(x,y)$ 方向的局部极大值点^[3] 对应于平滑后图象灰度的剧变点(奇点)。图象边缘点也应是这样的奇点。因此, 将模值相近和相角相近的相邻的奇点链接, 去除可能是由噪声引起的, 长度小于一定阈值的短链, 就可得到相应尺度下的边缘链。这样的链接边缘应是连续、光滑、单象素宽的。

为了实现式(1)小波变换, Mallat^[3]等给出了具有快速变换算法的小波构造方法, 并给出了具有紧支集的二次样条小波。二次样条小波不是正交小波^[4], 且相邻尺度间边缘位置偏移会超过一个象素, 这给相邻尺度间边缘定位匹配带来了麻烦。正交小波因不同尺度间的小波变换无信息冗余受到重视, 但目前图象处理中的应用还多集中于图象的编码研究。本文尝试将正交小波用于边缘检测。

由式(2)和(3)检测边缘, 要求: $\psi(x)$ 奇对称, $\theta(x)$ 偶对称, 满足这些条件的紧支正交小波基仅有平移 $1/2$ 的 Harr 小波, 其相应的尺度函数 $\varphi(x)$ 和光滑函数 $\theta(x)$ 波形如图 1。它的边缘定位精度, 由图 2 可以看出略好于二次样条小波变换。

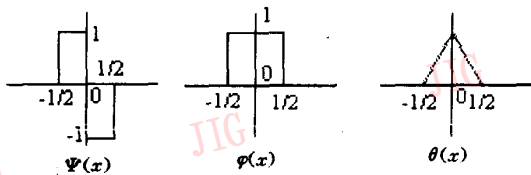
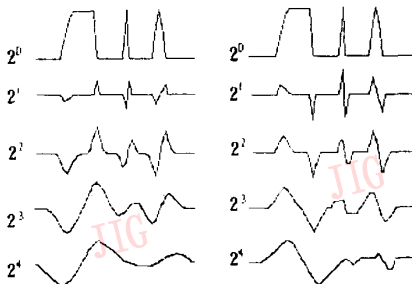


图 1 一维 $\psi(x), \varphi(x), \theta(x)$ 波形图



(左图: 二次样条小波; 右图: Harr 小波)

图 2 一维小波变换举例

图 3、图 4 是基于 Harr 小波的二维变换的例子。图 3

是 $64 \times 64, 256$ 级灰度的球面原始图象, 图 4 中的边缘图象是 M_f 沿 A_f 方向的局部极大值大于某阈值的结果。本例中各尺度下的阈值选取比较简单, 具体做法是: 首先找出 M_f 沿 A_f 方向的局部极大值点作为

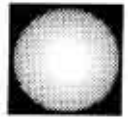


图 3 球

可能的边缘图象, 然后统计每一尺度下的局部极大值点直方图, 按传统直方图分割法选取阈值即可, 不同尺度下的阈值可以不同。图 4 中的边缘图象是上述方法的直接结果, 而未作进一步细化和综合处理。从图中可以看出: 每种尺度的小波变换都提供了一定的边缘信息, 由于小波变换时的边界条件采用镜面投影处理, 因此在图象边界部分, 图象边缘可能产生失真, 而且随着尺度的增大, 边缘失真越严重。所以, 为了保持边缘的准确性, 一般取尺度数不宜超过 4。从图 4 中可以看出: 本滤波器检测的边缘在前几个尺度之间的边缘象素的位移几乎可以忽略。

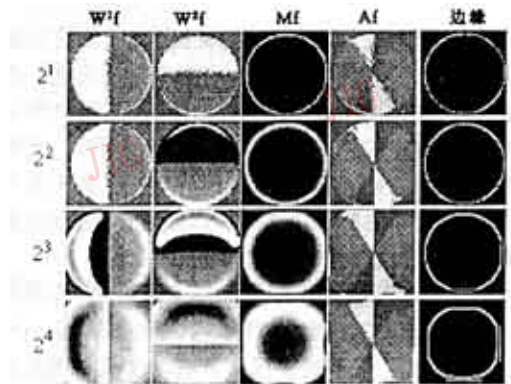


图 4 球面图象不同尺度下小波变换结果

3 边缘的奇异度和多尺度边缘的综合

图象的边缘对应于图象灰度的奇异点, 不同类型的边缘有不同的奇异度。一个刻画奇异度的重要指标是 Lipschitz 指数。基于多尺度小波变换的局部极大值提取图象边缘方法的一个突出优点就是边缘点的振幅 $M_{2^j} f$ 与 Lipschitz 指数 α 之间存在密切的联系^[3], 即:

$$|M_{2^j} f| \leq k(2^j)^\alpha \quad (4)$$

式(4)可化为:

$$\log_2 |M_{2^j} f| \leq \log_2 k + j\alpha \quad (5)$$

式(5)的求解等效于求下式极小值:

$$J = \sum_{j=1}^n (\log_2 |M_{2^j} f| - \log_2 k - j\alpha)^2 \quad (6)$$

显然,已知边缘点 3 个以上尺度的振幅 $M_{2^j}f$,由式(6)可估计 Lipschitz 指数 α 。平滑的图象边缘可看成是原始边缘与高斯函数卷积的结果,有:

$$|M_{2^j}f| \leq k2^j(s)^{\alpha-1}, s = \sqrt{2^{2j} + \sigma^2} \quad (7)$$

同样,可通过求下式的极小值估计 Lipschitz 指数 α 。

$$J = \sum_{j=1}^n (\log_2 |M_{2^j}f| - \log_2 k - j - (\alpha - 1)s)^2 \quad (8)$$

为计算方便,本文实验中的边缘奇异度均采用式(8)估计得到。一般说来边缘越平滑,奇异度越大,例如阴影类型边缘比较平滑,指数 α 较大,而几何类边缘的指数相对小些。在实用中则可通过设定阈值,输出一种类型的边缘而抑制其它类型的边缘。

图象的每个尺度的小波变换都提供了一定的边缘信息。当尺度小时,图象的边缘细节信息较为丰富,边缘定位精度较高,但易受到噪声的干扰;大尺度时,图象的边缘稳定,抗噪性好,但定位精度差。一个显然的方式是将各尺度的边缘图象的结果综合起来,发挥大小尺度的优势,得到精确的单象素宽的边缘。我们根据小波变换的特点提出了一种特殊的综合算法,它不仅能得到单象素宽的边缘,而且能根据边缘的奇异度区分不同类性的边缘,从而输出要求类型的边缘。其算法步骤如下:(其中标记中的上标: $k=1, 2, \dots, MaxScale$ 为小波变换的尺度)

(1) 对原图象 $G(x, y)$ 进行小波变换,生成模图象簇 $M^k(x, y)$ 和相角图象簇 $A^k(x, y)$ 。

(2) 在模图象 $M^k(x, y)$ 中寻找沿相角方向的模的局部极大值点,生成可能的边缘图象 $P^k(x, y)$, $P^k(x, y)$ 中其它象素均标记为零。

(3) $j = MaxScale$, $MaxScale$ 为小波变换的最大的尺度数。

(4) 将 $P^j(x, y)$ 中模相近、相角相似的非零象素点链接,删除长度小于阈值 l^j 的孤立链。得到单象素

宽的图象边缘 $E^j(x, y)$ 。

(5) 由于相邻尺度间的边缘位移不超过 1,针对尺度 j 的每一个边缘象素,搜索 $j-1$ 尺度下可能的边缘图象中相应的面积为 3×3 的匹配区域,该匹配区域中出现的所有可能边缘点均标记为候选边缘点,得到 $(j-1)$ 尺度下的候选边缘点图象 $C^{j-1}(x, y)$, $C^{j-1}(x, y)$ 中非候选边缘点均标记为零。

(6) 将 $(j-1)$ 尺度下的候选边缘点图象 $C^{j-1}(x, y)$ 中模相近、相角相似的非零象素点链接,删除长度小于阈值 l^{j-1} 的孤立链,得到单象素宽的图象边缘。

(7) $j = j-1$ 。如果 $j > 1$,则转步骤 5;否则接下一步。

(8) $j = 1$ 时,边缘图象 $E^1(x, y)$ 即为综合后形成的图象边缘。

如果要求输出某一类型的边缘,而抑制其它类型的边缘,则需对上面得到的边缘图象进一步处理:

(9) 针对 $E^1(x, y)$ 中的每一个非零象素,在边缘图象 $E^j(x, y)$, $j = 2, 3, \dots, MaxScale$ 中找出匹配的图象边缘点,尺度间的象素匹配域仍为 3×3 。根据这些匹配点的模值,估算该边缘点的奇异度。

(10) 根据实际需求,删除奇异度不合要求的边缘象素,得到要求的边缘输出。

图 5 是本算法的一幅真实图例。图中:(a) 为一幅 171×143 , 256 级灰度图象。(b) 算法综合后的结果。本例中:所有链长阈值均为 5。从图 5(b) 中可以看出:该算法的边缘定位精度和准确性能都相当好,原图中的茶杯阴影和窗帘折叠轮廓均得到了较好的反映。图(c) 是抑制奇异度 $\alpha > 0.55$ 的边缘象素点后的边缘图。从图(c) 中可以看出,由于阴影轮廓的奇异度较大,如茶杯的 2 个阴影轮廓平均奇异度分别是 0.6 和 0.61,因而受到抑制,而其它的图象边缘基本上得到了保留。



(a)原图象

(b)综合后的边缘图象

(c)抑制奇异度较大的边缘后

图 5 真实图象的边缘提取

4 结束语

通过小波变换多尺度提取图象边缘是一种新的方法。正交小波因不同尺度间的小波变换无信息冗余,广泛应用于在图象压缩等领域。本文则基于正交小波(Harr小波)基的图象小波变换,尝试提取图象边缘,实验证明是可行的。该方法既能够正确地提取图象边缘,也能够通过奇异度的估计区分不同类型边缘,以满足不同应用的需求,这是其它非小波变换的边缘提取方法所做不到的。

参考文献

- 1 Canny J. A Computational Approach to Edge Detection. IEEE T-PAMI, 1986, 8(6): 679~698.
- 2 Mallat S G, Zhong S. Characterization of Signals from Multiscale Edges. IEEE T-PAMI, 1992, 14(7): 710~732.
- 3 Mallat S, Hwang W. Singularity Detection and Processing with Wavelets. IEEE Transaction on Information Theory, 1992, 38(2): 617~643.
- 4 Daubechies I. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. Communication on Pure and Applied Mathematics, XLI, 1988, 909~996.



章国宝 男, 32岁。现为东南大学自动化所讲师, 在职博士生。主要研究方向为计算机视觉, 小波理论。公开发表的论文有 20 余篇。

叶桦 男, 36岁, 博士。现为东南大学自动化所副教授。主要从事自动控制和机器视觉等方面的研究, 有多项科研成果通过省部级鉴定。获国家自然科学基金四等奖、国家教委科技进步奖各一次, 并有数十篇论文在国家级刊物上发表。

陈维南 男, 60岁, 现为东南大学自动化所教授, 博士生导师。长期从事智能机器人, 机器视觉等方面的研究。曾多次获国家和省科技奖。公开发表的论文有 60 余篇。

A Multiscale Edge Detector Based on Orthonormal Wavelets Transform

Zhang Guobao, Ye Hua, Chen Weinan

(Automation Research Institute of Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract A filter based on orthonormal wavelet bases is designed to do wavelet transform with images. Different scale image edges can be detected from different scale image wavelet transform. The different scale image edges are integrated to form high accurate image edges with only a pixel width. The detector can also be used to determinate the singularity exponent of edges so as to identify different types of edges.

Keywords Image processing, Wavelet transform, Edge detection, Machine vision

小 启

由于本刊某广告电话号码录排失误, 给郭志先生及其家人带来意外干扰, 特向郭志先生致歉!

本刊编辑部 1998. 8. 11